

Credit risk models

The Basics

Rischio di credito

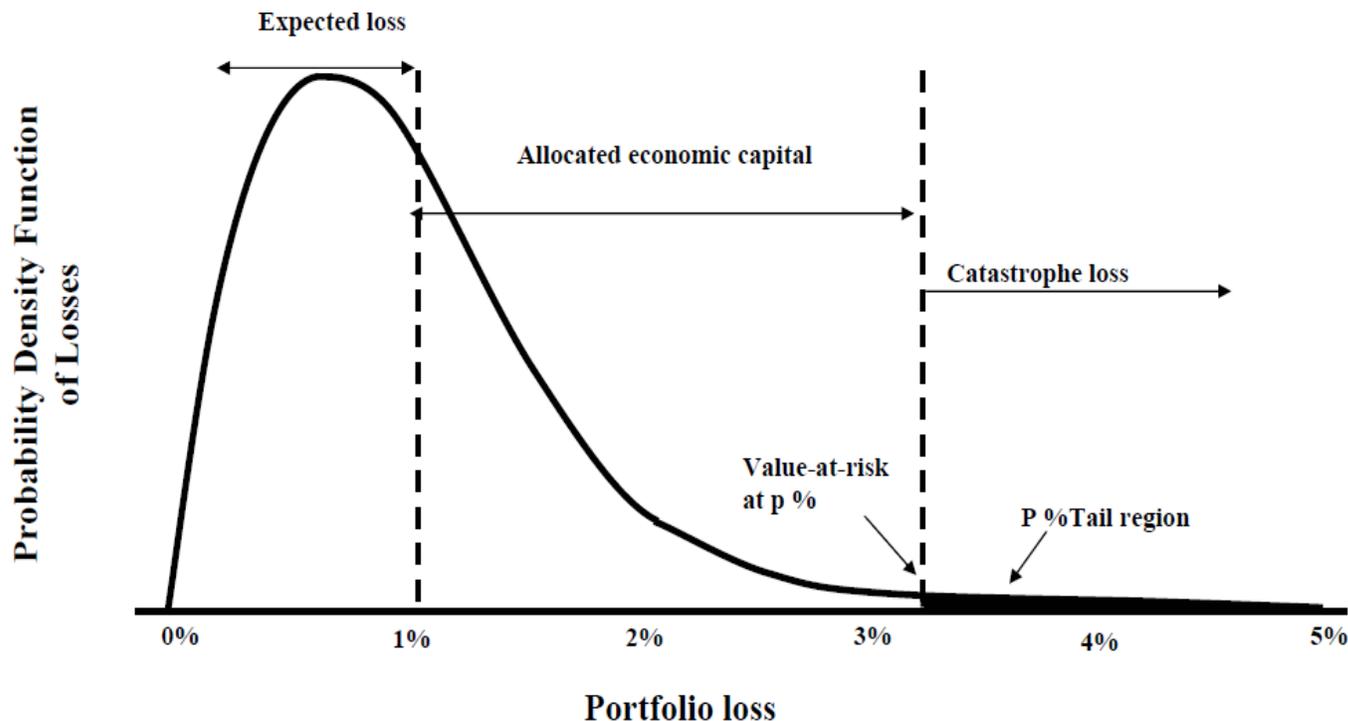
- Perdita per deterioramento inatteso del merito di credito di controparti debtrici (esposizioni creditizie)
- Un approccio binomiale «rimborso – non rimborso» è limitativo: Il default è solo l'evento estremo
- **Molteplici forme di esposizioni creditizie**
 - prestiti, bonds, azioni, imprese, posizioni in derivati
- **Le declinazioni del rischio creditizio sono molteplici**
 - rischio di esposizione (discrezionalità uso fidi, posizioni in derivati in assenza di marginazione)
 - rischio di accadimento dell'insolvenza
 - rischio di recupero
 - rischio di concentrazione
 - rischio di migrazione o di *downgrading*
 - Rischio di sostituzione
 - Rischio di *settlement*
 - rischio Paese: rischio sovrano, *transfer risk*, *expropriation risk*

Parametri per il calcolo della perdita attesa

- Exposure at default (EAD) o Adjusted Exposure (AE) → $EAD = DP + UP * UGD$
 - quota di fido utilizzata (DP – *drawn portion*);
 - quota non usata (UP – *undrawn portion*) * stima d'uso in caso di default (UGD – *usage given default*)
 - la sua aleatorietà dipende da forma tecnica: nulla per le obbligazioni; elevata per apertura credito in c/c
- Probability of default (PD) o Expected Default Frequency (EDF)
 - Modelli statistici/automatici
 - Analisi di fido tradizionale
 - Tassi di insolvenza dai bonds
 - Approccio alla Merton (KMV)
- Recovery Rate (RR) = 1 - Loss Given Default (LGD)
 - Dati dal mercato dei bonds
 - Dati interni
 - Stime per classi di prodotto/garanzie
- Expected Loss (EL) = EAD x PD x LGD

La perdita inattesa

- È data dalla variabilità della perdita attorno alla media
- Rileva il concetto di diversificazione (effetto portafoglio)
 - variabilità della perdita di un portafoglio crediti scende al diminuire della correlazione tra posizioni
- La perdita inattesa è coperta dal patrimonio; quella attesa da previsioni di accantonamenti (pricing)



- Rischio di credito è più arduo da misurare del rischio di mercato
- Meno dati disponibili (*default rates, recovery rates, correlations, etc.*)
- Distribuzione non normale: asimmetrica e con coda spessa
- La media della distribuzione non è nulla

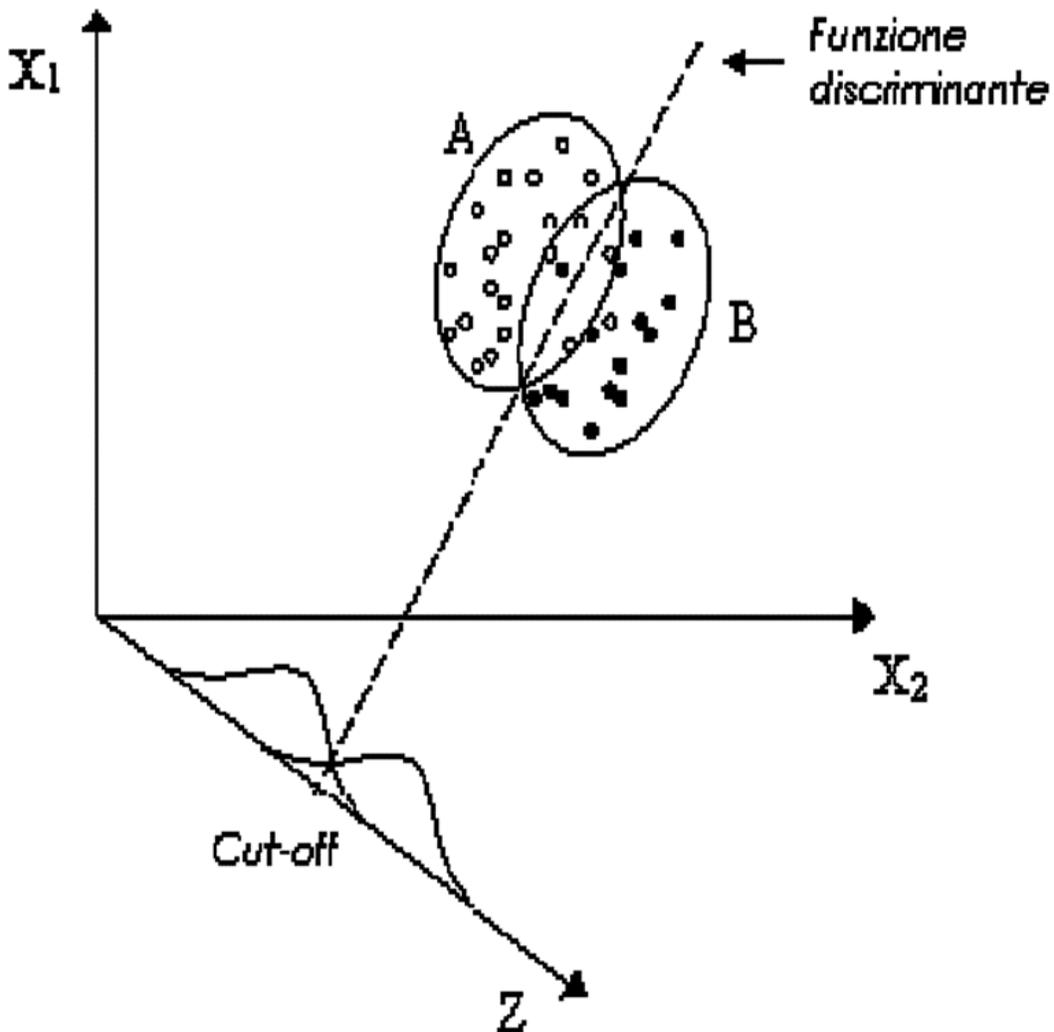
Modelli di *scoring*

- Sono modelli multivariati
 - input: indici economico-finanziari dell'affidato
 - output: score che rappresenta la probabilità di insolvenza
- Possono essere impiegati per
 - prevedere default
 - classificare gli impieghi in categorie di rischio
- Approcci
 - Analisi discriminante
 - Modelli logit e probit
 - Modelli euristici
 - reti neurali
 - algoritmi genetici
- Sono diversi dal rating

Analisi discriminante

- Identifica le variabili che consentono di discriminare tra imprese sane e imprese anomale
- Fa uso di una precisa definizione di default
 - imprese fallite
 - Imprese oggetto di ristrutturazione finanziaria;
 - Imprese con debiti insoluti
- Trae informazioni da un campione di imprese, alcune sane, altre in default, per derivare una funzione discriminante che separi le une dalle altre
- La funzione discriminante:
 - è costruita come combinazione lineare di variabili indipendenti che discrimina le sane dalle insolventi
 - massimizza la varianza **fra** i due gruppi e minimizza la varianza **in** ciascun gruppo;
 - massimizza il rapporto tra varianza inter-gruppi e varianza infragruppo
 - i coefficienti di discriminazione delle singole variabili sono tali da produrre score che massimizzino la distanza tra score dei 2 gruppi e minimizzino la varianza degli score all'interno di ciascun gruppo

Funzione discriminante



- Combinazione lineare di variabili che consente di discriminare le imprese sane dalle insolventi
- Massimizza varianza **fra** i due gruppi;
- Minimizza la varianza **in** ciascun gruppo
- Massimizza il rapporto tra varianza inter-gruppi e varianza intra-gruppo
- $Z_i = \sum_j (\alpha_j * X_{ij})$ dove Z_i = score discriminante dell'impresa i e α_j = coefficiente di discriminazione della variabile j -esima (X_j)
- Z sopra/sotto una data soglia, Z^* , implica che l'impresa è classificata sana (affidabile) o anomala (non affidabile).

Fattori e Coefficienti di discriminazione e *cut off point*

- Selezione delle variabili (fattori) discriminanti
 - Metodo simultaneo: inclusione di tutte le variabili ritenute rilevanti in base ad alcuni "a priori" teorici
 - Metodo *stepwise*: Backward elimination vs. Forward selection
- I coefficienti di discriminazione (i parametri delle variabili) sono calcolati in modo da:
 - massimizzare la distanza tra score dei 2 gruppi
 - minimizzare la varianza tra gli score di ciascun gruppo
- Il valore α dei coefficienti di discriminazione è dato da

$$\alpha = (\overline{X_1} - \overline{X_2})' * S^{-1}$$

con $\overline{X_1}, \overline{X_2}$ vettori delle medie delle variabili riferite alle imprese sane (gruppo 1) e anomale (gr. 2)

- si calcolano le medie delle variabili X per il gruppo 1 e per il gruppo 2
- si calcola la matrice varianze-covarianze tra le variabili X
- si calcolano i coefficienti α come sopra

Modello Z-score di Altman

- $Z_i = 1,2X_{i,1} + 1,4X_{i,2} + 3,3X_{i,3} + 0,6X_{i,4} + 1X_{i,5}$

X1 = capitale circolante / totale attivo

X2 = utile non distribuito / totale attivo

X3 = EBIT / totale attivo

X4 = market cap / valore contabile debito lungo termine

X5 = fatturato / totale attivo

- **Tanto maggiore è il valore Z tanto minore è la probabilità di insolvenza**

- valore soglia 1,81 (Z>1,81: impresa sana; Z<1,81: elevato rischio di default)

- **Possibile introdurre due valori soglia**

- Z > soglia superiore: impresa sana
- Z < soglia inferiore: impresa insolvente
- soglia inferiore < Z < soglia superiore: area grigia

L'analisi discriminante: aspetti tecnici

- Assunzioni irrealistiche

- Le variabili discriminanti sono distribuite come normali multivariate
- Multicollinearità tra le variabili discriminanti
- Stessa matrice varianze-covarianze tra variabili discriminanti per i due gruppi di imprese

- La gestione degli errori

- Errori del I° tipo: impresa insolvente classificata sana (costo pari a C_I)
 - perdita pari a interessi e capitale perduti per default
- Errori del II° tipo: impresa sana classificata insolvente (costo pari a C_{II})
 - perdita pari a mancato guadagno per commissioni e margine di interesse
- Il *cut-off point* deve tenere conto del diverso livello dei costi

$$P_I * C_I = P_{II} * C_{II} \quad \text{quindi se } C_I > C_{II} \quad \text{allora } P_I < P_{II}$$

Modelli statistici di probabilità di default

- **Modelli lineari**

- La probabilità determinata in base al modello potrebbe essere fuori dall'intervallo 0-1
- Dipendenza necessariamente non lineare
- La varianza dei residui della regressione varia a seconda dell'osservazione: eteroschedasticità

- **Regressione logistica (logit)**

- Il risultato della regressione lineare subisce la seguente trasformazione

$$F(Y_i) = \frac{1}{1 + e^{-Y_i}}$$

- la trasformazione assume valori compresi tra 0 e 0,5 se $Y_i < 0$

- **Probit**

- la trasformazione operata è quella della normale standardizzata

Modelli strutturali

vs.

Modelli Induttivi

- I modelli di *scoring* colgono le relazioni fondamentali determinanti lo stato economico-finanziario di un debitore
 - Le variabili rilevanti sono accettate se
 - statisticamente significative
 - economicamente fondate (segno atteso)
 - Generazione del modello strutturale da parte della banca:
 - raccolta input – produzione output
 - connessione input – output è funzione del modello
 - Apprendimento e manipolazione da parte delle imprese
 - tentativo delle imprese analizzate di ricostruire il modello
 - adozione da parte delle imprese di politiche di bilancio per manipolare i risultati del modello
- I modelli di natura induttiva applicano regole empiriche, senza presupporre relazioni teoriche tra fenomeni e probabilità di insolvenza
 - *black box*: genera risultati in base ad una serie di relazioni non lineari con le variabili di input

Limiti e problemi dei modelli di *scoring*

- La definizione di default per la classificazione di imprese sane e imprese insolventi influenza il risultato
- L'importanza relativa (peso) delle variabili indipendenti non è stabile nel tempo
- Sono trascurati fattori qualitativi importanti
- Quando manca l'omogeneità settoriale delle imprese del campione di stima
 - Indici economico-finanziari hanno medie molto diverse tra settori
 - stesso indice ha diversa importanza in diversi settori
- E' necessario un ampio numero di osservazioni, ma l'insolvenza è evento raro con conseguente uso di campioni sbilanciati

Approccio di mercato: i credit spread

- L'*extra return* (spread) chiesto dal mercato ai bond “rischiosi” rispetto a bond privi di rischio di insolvenza di pari scadenza riflette le attese del mercato sulle probabilità di insolvenza dei primi
- Dati di input necessari
 - Curva dei tassi zero-coupon risk-free
 - Curva dei tassi di rendimento zero-coupon dei bondrischiosi
 - Tassi di recupero attesi in caso di insolvenza
- Procedura di calcolo a due stadi
 - determinazione dei tassi forward
 - determinazione PD sulla base degli spread fra tassi forward e dei tassi di recupero attesi
- Logica di equivalenza di montanti
 - PD implicita con tasso di recupero nullo vs. PD implicita con tasso di recupero positivo
 - Credit spread con tasso di recupero nullo vs. Credit spread con tasso di recupero positivo

Credit spread: orizzonte pluriennale

Tassi di rendimento zero-coupon

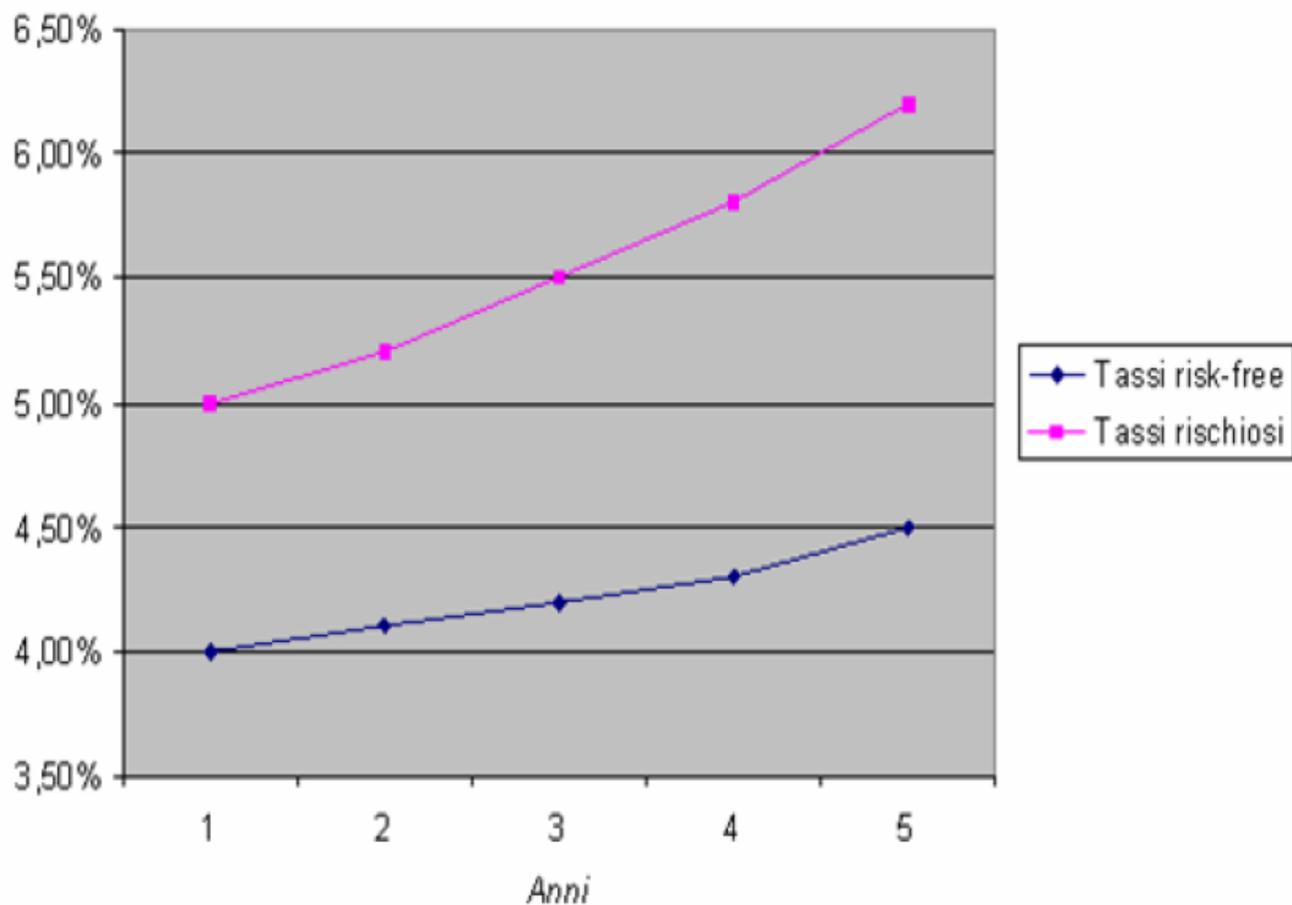
SCADENZA	RENDIMENTO TITOLI <i>RISK-FREE</i> (i)	RENDIMENTO TITOLI RISCHIOSI (r)	<i>SPREAD</i>
1 anno	4,00%	5,00%	1,00%
2 anni	4,10%	5,20%	1,10%
3 anni	4,20%	5,50%	1,30%
4 anni	4,30%	5,80%	1,50%
5 anni	4,50%	6,20%	1,70%

Tabella 2 – Tassi a termine (*forward*)

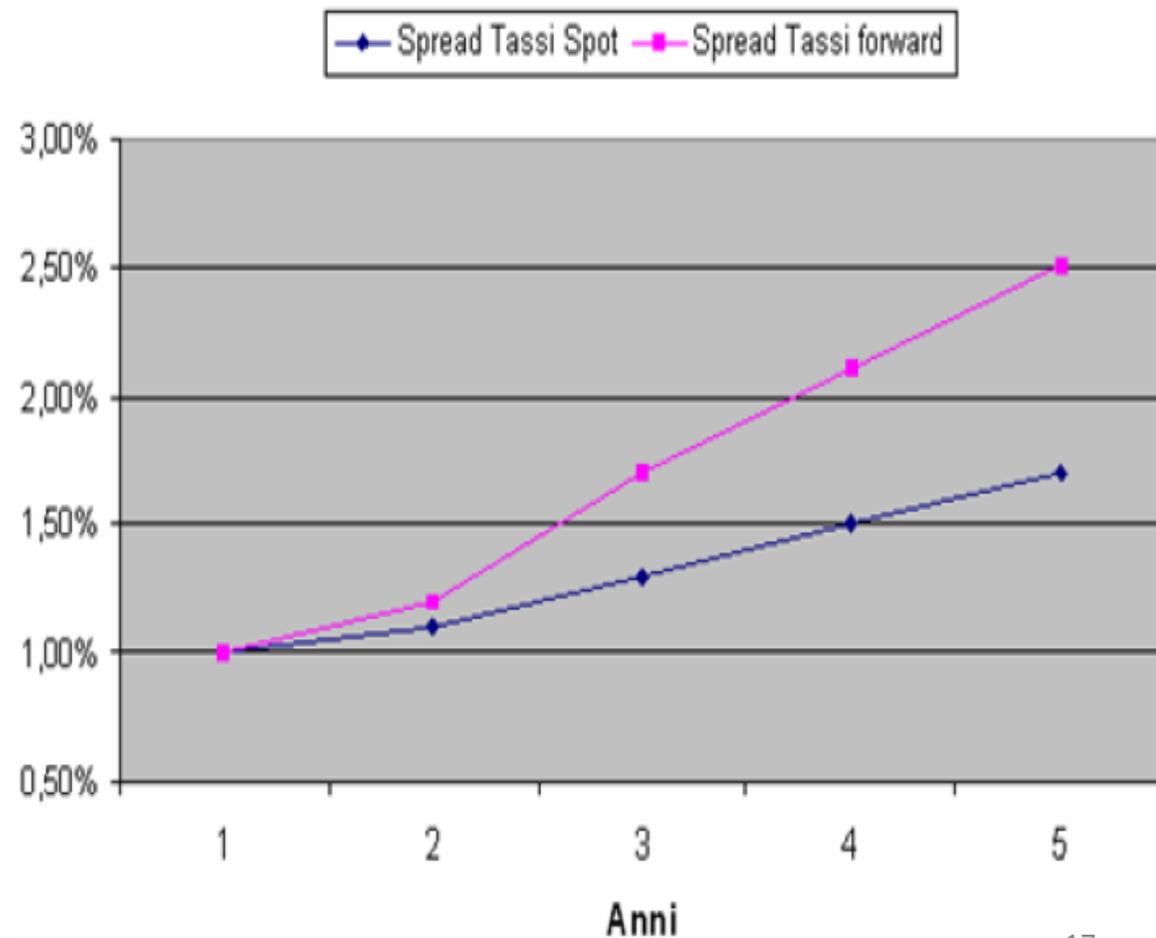
SCADENZA	RENDIMENTO TITOLI <i>RISK-FREE</i>	RENDIMENTO TITOLI RISCHIOSI	<i>SPREAD</i>
1 anno	4,00%	5,00%	1,00%
2 anni	4,20%	5,40%	1,20%
3 anni	4,40%	6,10%	1,70%
4 anni	4,60%	6,71%	2,10%
5 anni	5,30%	7,82%	2,51%

Spot e forward spread curve

Tem structure dei titoli rischiosi e dei titoli privi di rischio



Differenziale fra tassi rischiosi e tassi privi di rischio



Logica di equivalenza dei montanti

- *Se recovery rate nullo*

- $(1+rf) = (1-PD) * (1+r)$

- $PD = 1 - [(1+rf)/(1+r)]$

$$PD = (r-rf) / (1+r)$$

- Se $rf = 4\%$ e $r = 5\%$ \rightarrow $PD = 1 - [(1,04)/(1,05)] = 0,01 / 1,05 = 0,95\%$

- *Se recovery rate positivo (RR > 0)*

- $(1+rf) = [(1-PD) * (1+r)] + [PD * RR * (1+RR)]$

- $PD = (r-rf) / [(1+r) * (1-RR)]$

- Se $RR = 50\%$ \rightarrow $PD = 0,01 / [(1,05) * (1-0,5)] = 1.9\%$

Probabilità di insolvenza marginale e cumulata

- Sulla base degli spread a termine è possibile stimare le probabilità di **insolvenza marginali** relative ai diversi periodi
- Usando i dati relativi alle probabilità di insolvenza nel primo anno (1,9%) e al secondo anno (2,28%), si può ricavare la probabilità che l'impresa divenga insolvente nel corso dell'intero periodo di due anni, ossia la probabilità di **insolvenza cumulata**
 - Dalle probabilità di insolvenza marginali uniperiodali si ricava la probabilità di **sopravvivenza condizionata**
 - Moltiplicando le probabilità di sopravvivenza condizionata si ottiene **la probabilità di sopravvivenza cumulata su più periodi**
 - Il complemento a 1 di questa è la **probabilità di insolvenza cumulata** su più periodi

$${}_0s_1 = 1 - {}_0p_1 = 1 - 0,019 = 98,1\%$$

$${}_1s_2 = 1 - {}_1p_2 = 1 - 0,0228 = 97,72\%$$



$${}_0s_2 = {}_0s_1 \cdot {}_1s_2 = 98,1\% \cdot 97,72\% = 95,86\%$$



$${}_0p_2 = 1 - {}_0s_2 = 1 - 95,86\% = 4,14\%$$

Struttura per scadenza delle probabilità di insolvenza

Generalizzando ${}_0S_T = \prod_{t=0}^T {}_tS_{t+1}$ ${}_0P_T = 1 - \prod_{t=0}^T {}_tS_{t+1}$

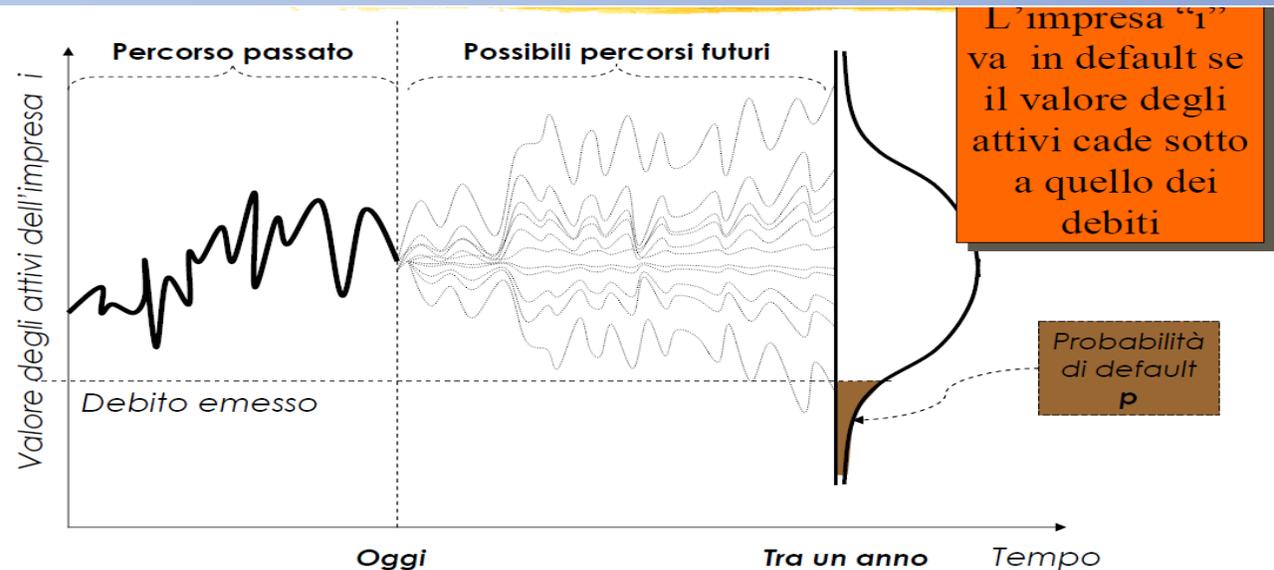


Tabella 3 – Probabilità di insolvenza e di sopravvivenza marginali e cumulate

Anni	Probabilità di insolvenza marginale	Probabilità di sopravvivenza marginale	Probabilità di sopravvivenza cumulata	Probabilità di insolvenza cumulata
1	1,90%	98,10%	98,10%	1,90%
2	2,28%	97,72%	95,86%	4,14%
3	3,21%	96,79%	92,79%	7,21%
4	3,94%	96,06%	89,13%	10,87%
5	4,66%	95,34%	84,97%	15,03%

- Pros
 - utilizzo dati di mercato oggettivi (attese del mercato sui tassi di insolvenza)
 - modello “forward looking”
- Cons
 - Applicabile direttamente solo a imprese che emettono titoli sul mercato dei capitali
 - Ipotesi validità della teoria delle aspettative: ipotesi di neutralità al rischio
 - Problema su scadenze lunghe: presenza di premi di liquidità non connessi alle aspettative di insolvenza

Modello di Merton



- Modello di tipo strutturale: si fonda sulle caratteristiche strutturali dell'impresa
- Valore attivo (V)
- Valore debito (F)
- Volatilità dell'attivo (σ_V)
- L'insolvenza si verifica se $V < D$

- La probabilità di insolvenza è tanto maggiore quanto maggiore è:
 - - il rapporto fra F e V , ossia quanto maggiore è la leva finanziaria dell'impresa
 - - la volatilità del rendimento delle attività dell'impresa, misurata da σ_V
 - - la scadenza del debito (T)
- Il payoff di un creditore è equivalente a quello di un posizione corta in un'opzione put su V con strike a F
 - - PD = probabilità di esercizio dell'opzione put = probabilità che $V < F$
 - - l'opzione put ha un valore che è funzione di V , di F , di σ_V e di T

Determinanti della LGD

- **Natura dell'esposizione**
 - Seniority
 - Garanzie reali / pubbliche / bancarie / personali
- **Natura del debitore**
 - Persona fisica / società di persone / società di capitali
 - Condizioni economico – finanziarie / franchise value / settore di appartenenza (prospettive / scrap value)
- **Fattori di Banca**
 - Capacità di gestione del recupero crediti
 - Capacità di gestione delle ristrutturazioni
- **Fattori economici / istituzionali**
 - Ciclo economico
 - Efficienza sistema giudiziario (fallimentare e no) / efficienza del tribunale
 - Tassi di inflazione inattesi / tassi di interesse

Stima della LGD

- Market LGD
- Implicit Market LGD
- Historical Workout LGD
- Prospective Workout LGD
- $LGD = 1 - [VAN(\text{Recuperi}) / EAD] =$
 $= 1 - [RFV / EAD * (RFV - \text{Costi Recupero} + \text{Proventi Finanz.}) / VNR * (1+r)^{-t}]$
 - ove RFV = recupero del Face Value
- Variabilità di queste grandezze (eccetto EAD) determina il **recovery risk**
- In genere PD e Recovery Rate hanno correlazione negativa