

INGEGNERIA GESTIONALE
corso di Fisica Generale

Prof. E. Puddu

LEZIONE DEL 30 SETTEMBRE – 1 OTTOBRE 2008

Dinamica



Spostamento e velocità

Concetto di forza

Il concetto di forza, ben noto dall'esperienza, è legato al moto di un oggetto!

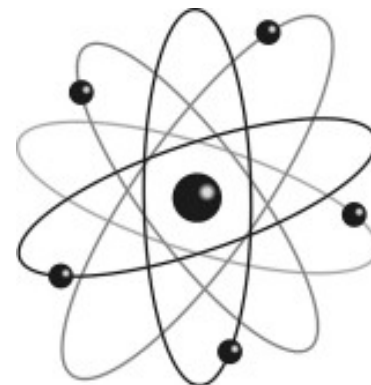
Le forze si dividono in *forze di contatto* e *campi di forze*.



Le forze di contatto richiedono che vi sia contatto tra due corpi perché si trasmetta la forza!



I campi di forze agiscono attraverso lo spazio vuoto, come l'attrazione gravitazionale o l'attrazione Coulombiana



Prima legge di Newton

La prima legge di Newton afferma che:

In assenza di forze esterne un corpo in quiete rimane in quiete ed un corpo in moto persevera nello stato di moto con velocità costante (moto rettilineo uniforme).

Quindi un corpo che si muove di moto rettilineo uniforme o che si trovi nello stato di quiete è in realtà in un sistema isolato!

La prima legge di Newton non è valida ovunque, ma solo nei *sistemi di riferimento inerziali*. Un sistema di riferimento inerziale è un sistema di riferimento che non possiede accelerazione.

Quindi, un passeggero che provi a bere una tazzina di caffè su un'auto in accelerazione, con molta probabilità se la verserà addosso, a differenza di uno che viaggia su un'auto a velocità costante...

Si noti che la Terra, muovendosi di moto non rettilineo intorno al sole, non è un sistema di riferimento inerziale, e quindi ogni sistema di riferimento preso sulla Terra stessa. Un sistema di riferimento inerziale è un sistema di riferimento che si trova in quiete o in moto rettilineo e uniforme rispetto alle stelle fisse.



Seconda legge di Newton

Massa

La massa è la grandezza che indica quanto un corpo si oppone all'effetto di moto dovuto da una forza. Si dice che la massa è l'inerzia che il corpo possiede quindi. Tanto maggiore sarà la massa di un corpo, tanto minore sarà l'accelerazione che questo subisce a causa di una forza.

In particolare notiamo che, se applichiamo la stessa forza \mathbf{F} a due masse di intensità m e $2m$ rispettivamente, allora otterremo due accelerazioni di valore a e $a/2$ rispettivamente. Allo stesso modo, se applichiamo due forze nella stessa direzione e verso ma di modulo F e $2F$ a due corpi aventi la stessa massa m , allora misureremo due accelerazioni di modulo a e $2a$ rispettivamente.

Quindi possiamo dire che l'intensità dell'accelerazione prodotta è direttamente proporzionale all'intensità della forza applicata ed inversamente proporzionale all'intensità della massa. Da qui ricaviamo la seconda legge di Newton:

L'accelerazione di un corpo è direttamente proporzionale alla forza risultante agente su di esso ed inversamente proporzionale alla sua massa:

$$\sum \vec{F} = m \vec{a}$$

Quest'espressione, essendo a valori vettoriali, si scompone in tre espressioni in forma scalare:

$$\sum F_x = m a_x \quad \sum F_y = m a_y \quad \sum F_z = m a_z$$

L'unità di misura della forza, è il Newton, definito come la forza che, agendo su un corpo di massa 1 kg, produce un'accelerazione di 1 m/s².

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg m/s}^2$$



Forza di gravità e misura dell'intensità di una forza

Tutti i corpi subiscono l'effetto dell'accelerazione di gravità. Quest'accelerazione è dovuta alla forza di gravità, nota anche come forza peso e definita come:

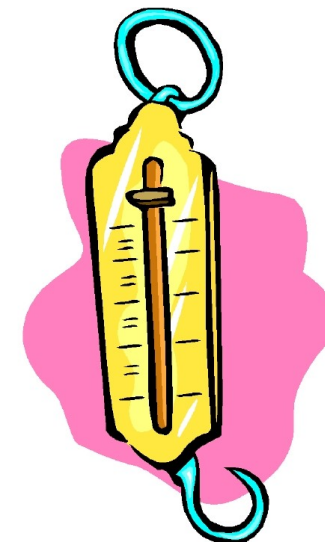
$$\vec{F} = m \vec{g}$$

Come l'accelerazione di gravità, anche la forza di gravità varia con la latitudine della terra. La forza peso può essere usata per misurare le masse. Essendo infatti l'intensità di tale forza proporzionale all'intensità della massa, confrontando tra di loro i pesi di due corpi abbiamo automaticamente anche un confronto delle loro masse.

Le forze si misurano con uno strumento chiamato dinamometro (dal greco dynamos=forza). Il dinamometro è costituito da una molla, in quanto questa possiede la proprietà di allungarsi proporzionalmente alla forza che è applicata. Utilizzando dei pesi campione è quindi possibile creare una scala su cui basarsi per misure successive in questo modo:

Si applica al dinamometro una massa M ottenendo una forza P , quindi una massa $2M$ ottenendo una forza $2P$, quindi una massa $3M$...

Ognuno degli allungamenti viene segnato su una scala graduata a cui è appoggiata la molla! In questo modo abbiamo creato uno strumento in cui, leggendo una data lunghezza, conosciamo l'intensità della forza che ha agito!



Terza legge di Newton

Se due corpi interagiscono tra loro, la forza \mathbf{F}_{12} esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 è uguale in intensità ed opposta alla forza \mathbf{F}_{21} esercitata dal corpo 2 su 1.

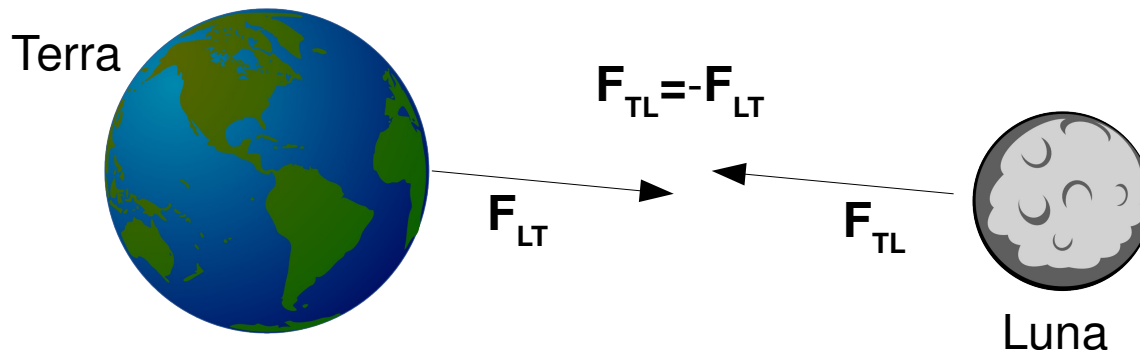
$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

Questa legge mostra che una forza esercitata su un corpo deve essere necessariamente esercitata da un altro corpo. Inoltre, non può esistere una singola forza isolata.

La forza che il corpo 1 esercita sul corpo 2 si chiama forza di azione, mentre quella che il corpo 2 esercita sul corpo 1 si chiama di reazione.

Le due forze compongono quella che si chiama una coppia azione-reazione. Le due forze agiscono sempre su due corpi diversi!

Un esempio di coppia azione-reazione è descritto da questo sistema: un corpo che attratto dalla Terra subisce l'effetto di una forza $\mathbf{P}_{12} = m\mathbf{g}$, eserciterà sulla Terra stessa una forza $\mathbf{P}_{21} = -m\mathbf{g}$. Il fatto che la Terra abbia una massa infinita rispetto a qualsiasi corpo su di essa, non ci permette di misurare l'accelerazione subita dal nostro pianeta!



Esempio di coppia azione-reazione: la forza che la Terra esercita sulla Luna è uguale ed opposta alla forza che la Luna esercita sulla Terra



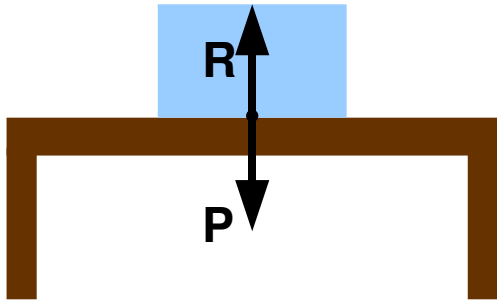
Applicazioni delle leggi di Newton

Reazione vincolare

Un blocco di massa m appoggiato su un tavolo non sprofonda nel tavolo accelerato dalla forza di gravità, bensì resta appoggiato su di esso. Affinché resti fermo, è necessario che, dalla seconda legge di Newton, che la somma di tutte le forze agenti su di esso sia nulla!

$$\sum_i \vec{F}_i = 0$$

Quindi avremo che la forza di gravità \mathbf{P} , sommata ad un'altra forza “fantasma” \mathbf{R} , deve annullarsi. Chiamiamo questa nuova forza *reazione vincolare*, e la definiamo come la resistenza che la superficie del tavolo oppone al blocco affinché questo non sprofondi nel tavolo stesso.



La forza \mathbf{R} , è uguale ed opposta a \mathbf{P} . Se infatti fosse minore, il corpo verrebbe accelerato verso il basso. Se fosse maggiore il corpo leviterebbe (assurdo!).

Dobbiamo però precisare che questa forza ha un limite! Basti per esempio appoggiare su un mezzo poco denso quale il burro, oggetti via via più pesanti. Ad un certo punto vedremo che questi iniziano a sprofondare!

NOTA BENE La coppia forza peso – reazione vincolare non costituisce una coppia azione reazione in quanto il corpo su cui agiscono queste due forze è lo stesso! Infatti sul corpo di massa m agiscono sia la forza peso sia la reazione vincolare!

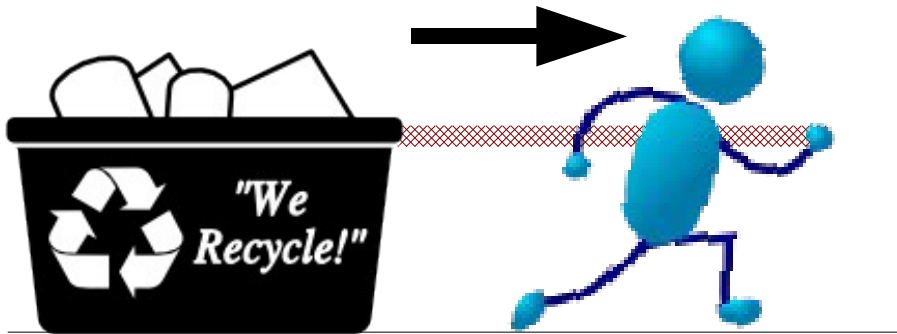
Alla forza peso \mathbf{P} associamo la forza che la massa m esercita sulla Terra!



Applicazioni delle leggi di Newton

Tensione

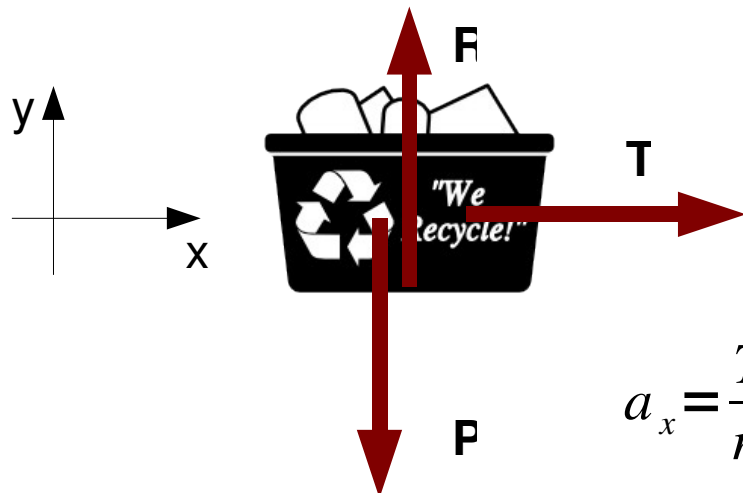
Quando un corpo è tirato da una fune, la fune esercita una forza \mathbf{T} sul corpo, il cui modulo è chiamato *tensione* della fune.



Prendiamo ad esempio l'omino di figura che trascina una cassa su un piano senza attrito. Una forza orizzontale agisce tramite la fune sulla cassa accelerandola verso destra. Per scrivere le equazioni di Newton dobbiamo innanzitutto disegnare il DIAGRAMMA DI CORPO LIBERO.

Diagramma di corpo libero

Il diagramma di corpo libero mostra tutte le forze agenti su un corpo. Le reazioni di queste forze non sono incluse in quanto esse agiscono su un altro corpo, e non sul corpo in esame.



Dal grafico si comprende subito che la somma delle forze lungo la direzione verticale si annulla (forza di gravità e reazione vincolare). Lungo x invece agisce la sola forza di tensione \mathbf{T} , che fornisce l'equazione di Newton

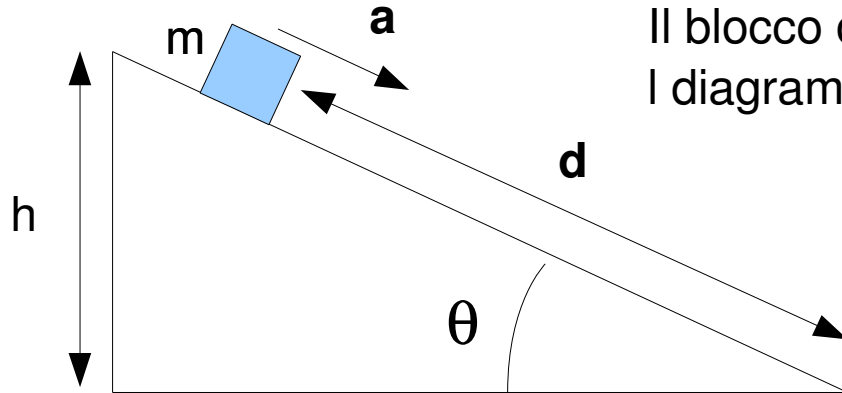
$$\sum \vec{F}_x = T = ma_x \quad \text{Dalla quale si ricavano le leggi di moto}$$

$$a_x = \frac{T}{m} \quad v_x(t) = v_{0x} + \left(\frac{T}{m}\right)t \quad x(t) = v_{0x}t + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{m}\right)t^2$$

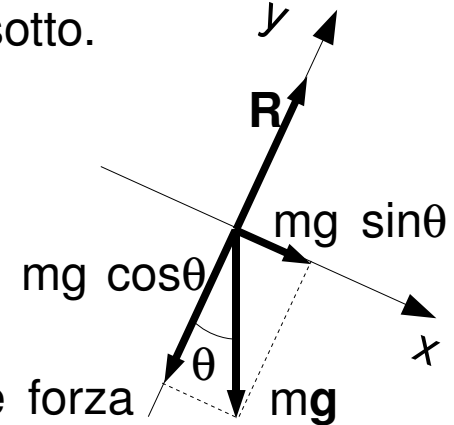
Applicazioni delle leggi di Newton

Blocco su piano inclinato liscio

Un blocco di massa m è appoggiato su un piano inclinato senza attrito, come in figura.



Il blocco di massa m scivola lungo il piano con accelerazione a .
Il diagramma di corpo libero è mostrato qui sotto.



La forza peso P viene scomposta in due componenti ortogonali di nome forza peso parallela e forza peso perpendicolare, di direzione parallela e perpendicolare rispettivamente al piano inclinato. Le due forze hanno modulo indicato in figura.

Le equazioni di Newton per il corpo sul piano inclinato sono

$$\begin{aligned} \sum F_x &= mg \sin \theta = ma_x && \text{Notiamo che il corpo ha un'accelerazione non nulla solo lungo il} \\ \sum F_y &= R - mg \cos \theta = 0 && \text{piano inclinato e non in direzione perpendicolare ad esso.} \end{aligned}$$

Risolvendo le equazioni di moto per l'accelerazione a_x , ricaviamo il tempo impiegato per scendere dal piano e la velocità posseduta all'arrivo:

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}} \quad \text{e} \quad v_{xf} = \sqrt{2gh}$$

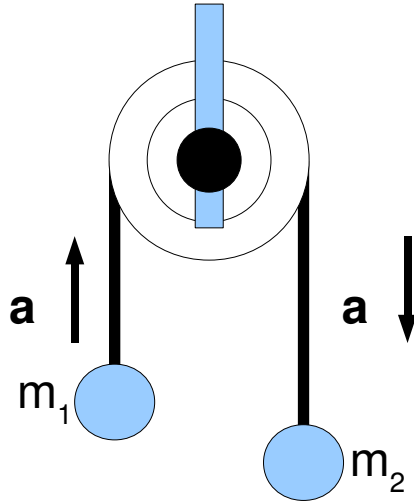
Da cui notiamo che entrambe le grandezze sono indipendenti dalla massa m del blocco e che la velocità finale non dipende dall'angolo ma dall'altezza del piano inclinato!



Applicazioni delle leggi di Newton

La macchina di Atwood

Un blocco di massa m è appoggiato su un piano inclinato senza attrito, come in figura.



Due corpi sono appesi ad una puleggia priva di attriti e massa per mezzo di una fune inestensibile e massa trascurabile. Lasciate libere di muoversi, la massa maggiore salirà, mentre la minore scenderà!

L'accelerazione è la stessa per le due masse in quanto la fune non può cambiare lunghezza...

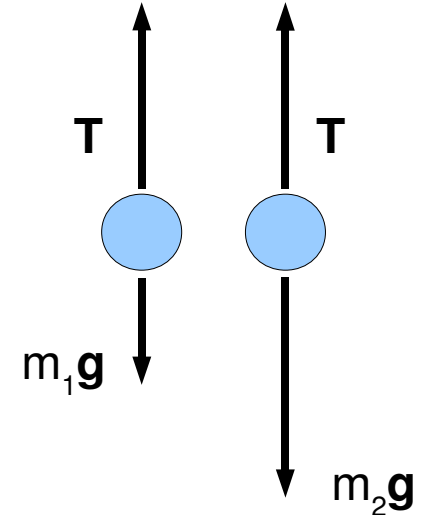
Quando si scrivono le equazioni di Newton si deve fare attenzione ai segni. Per mantenere coerenza nel verso di \mathbf{a} , allora dobbiamo assegnare segni opposti a T , e di conseguenza alle forze peso.

Le soluzioni forniscono

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) g$$
$$T = \left(\frac{2 m_1 m_2}{m_2 + m_1} \right) g$$

$$m_2 g - T = ma$$

$$T - m_1 g = ma$$



Da queste possiamo notare che la massa maggiore determina il segno dell'accelerazione a . In caso invece che le due masse siano uguali avremo accelerazione nulla, ovvero equilibrio!

Applicazioni delle leggi di Newton

Forze di attrito

Un corpo che si muova su una superficie scabra sente una forza frenante tra superficie e superficie. Allo stesso modo, un corpo fermo su una superficie offre una certa resistenza al moto, dopodiché improvvisamente si sblocca ed inizia a muoversi. Possiamo attribuire tali effetti alle forze di attrito dinamico e statico.

Tali forze sono sempre opposte al moto e dipendono dalla forma della superficie stessa.

Forza di attrito statico f_s

Poiché l'oggetto in questione è fermo, parleremo di attrito statico. Tale forza ha modulo $f_s < \mu_s n$, dove n è la forza normale che un corpo esercita su una superficie, mentre μ_s è il coefficiente di attrito statico. Per mettere in moto un oggetto su superficie scabra quindi si deve esercitare una forza in modulo maggiore ad f_s .

Forza di attrito statico f_d

Quando l'oggetto in questione è in moto, parleremo di attrito dinamico. Tale forza ha modulo $f_k = \mu_k n$, dove n è la forza normale che un corpo esercita su una superficie, mentre μ_k è il coefficiente di attrito dinamico.

In generale si ha che $\mu_k < \mu_s$ e che la forza di attrito è indipendente dalla superficie di contatto.



Applicazioni delle leggi di Newton

Moto circolare uniforme

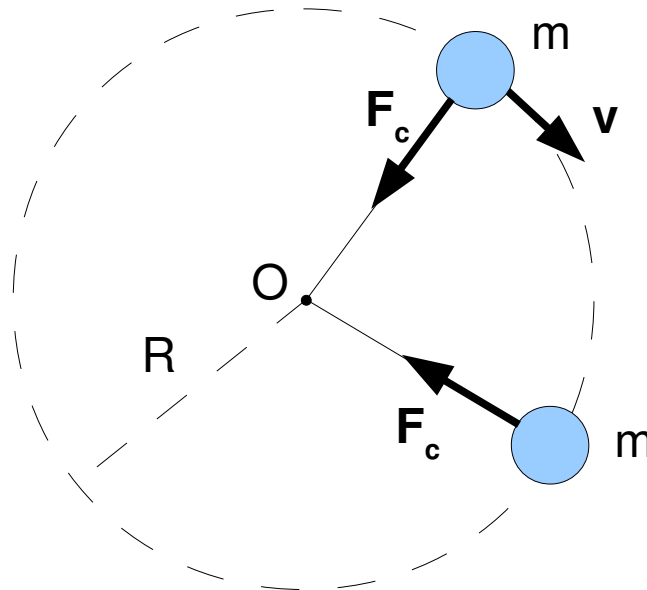
Come sappiamo, per un corpo che si muove di moto circolare uniforme esiste l'accelerazione centripeta, legata alla velocità tangenziale dalla formula

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Da quest'accelerazione possiamo costruire una forza, nota appunto come forza centripeta:

$$F_c = m \frac{v^2}{r}$$

Questa forza è sempre rivolta verso il centro della traiettoria ed è la forza che mantiene un corpo su traiettoria circolare.



Moto in sistemi di riferimento accelerati

Introduciamo il problema con un esempio. Supponiamo che un'auto si stia muovendo di moto rettilineo e uniforme e che successivamente affronti una curva. I passeggeri si sentono sbalzare verso l'esterno della curva, come se una forza li spingesse fuori dall'auto.

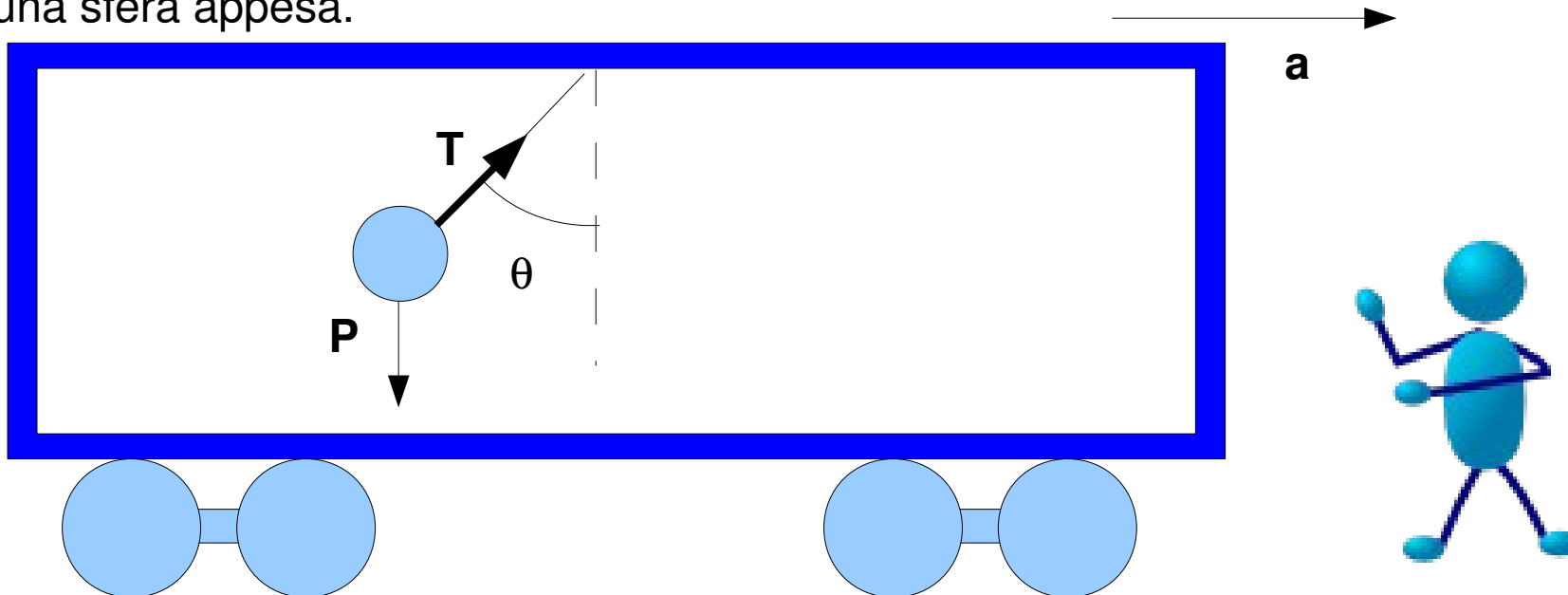
Un osservatore esterno invece osserva che i passeggeri continuerebbero a muoversi sul rettilineo per inerzia, ma trovandosi dentro l'auto, che è un sistema di riferimento accelerato, sono costretti a curvare con essa. Se le forze di attrito tra passeggero e sedile sono sufficienti, il passeggero curverà insieme all'auto, altrimenti si troverà contro la parete esterna dell'auto.

Le equazioni di Newton che regolano il moto sia di un sistema di riferimento inerziale sia di un sistema di riferimento accelerato devono essere le stesse.

Per questa ragione è necessario introdurre, quando ci troviamo in un sistema di riferimento accelerato, delle forze *fittizie*.

Esempio 1: forze fittizie nel moto lineare

Consideriamo un treno che stia accelerando di accelerazione \mathbf{a} , e che dentro di esso vi sia una sfera appesa.



Moto in sistemi di riferimento accelerati

Per il passeggero esterno al treno, le equazioni di Newton sono

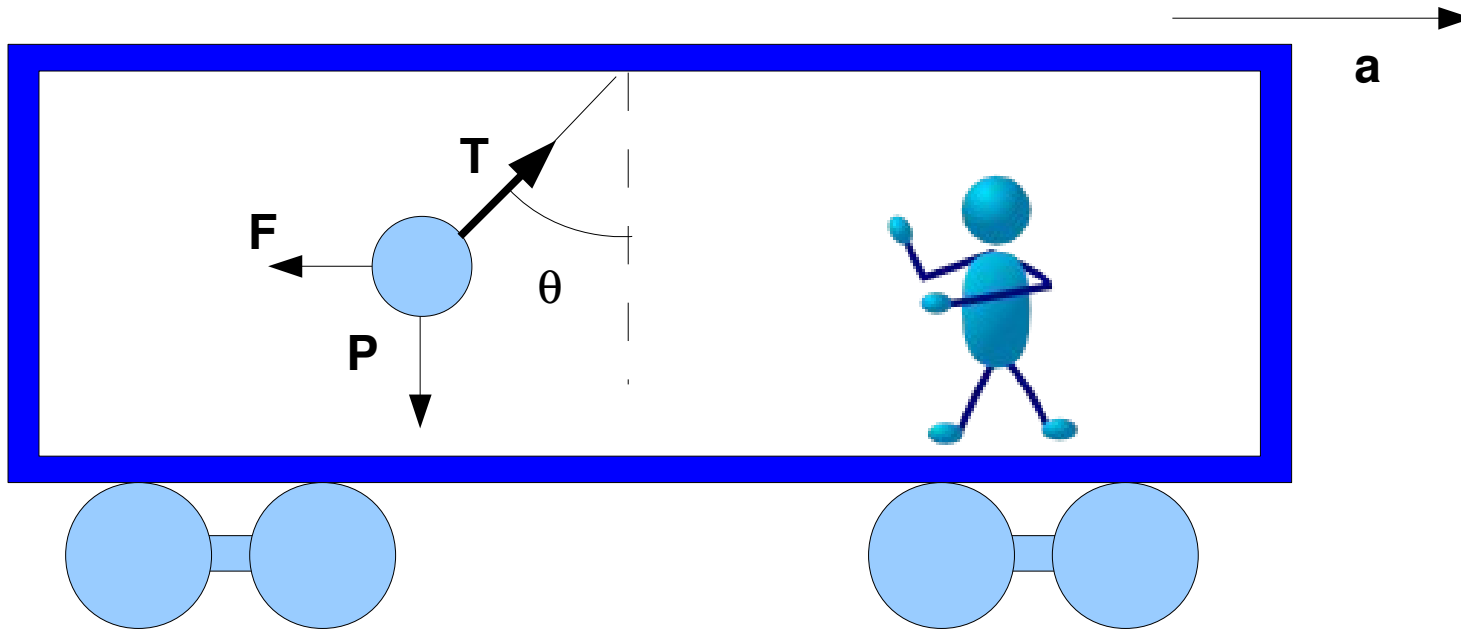
$$\begin{aligned} \sum F_x &= T \sin \theta = ma \\ \sum F_y &= T \cos \theta - mg = 0 \end{aligned}$$

Risolvendo le equazioni possiamo allora trovare sia l'accelerazione sia la tensione della fune T .

Per l'osservatore interno al treno, la sfera è in quiete e non soggetta ad accelerazione! Quindi l'osservatore è costretto ad introdurre la forza fittizia F che equilibri l'effetto di T . In questo modo la forza totale che agisce sulla sfera è nulla!

$$\begin{aligned} \sum F'_x &= T \sin \theta - F = 0 \\ \sum F'_y &= T \cos \theta - mg = 0 \end{aligned}$$

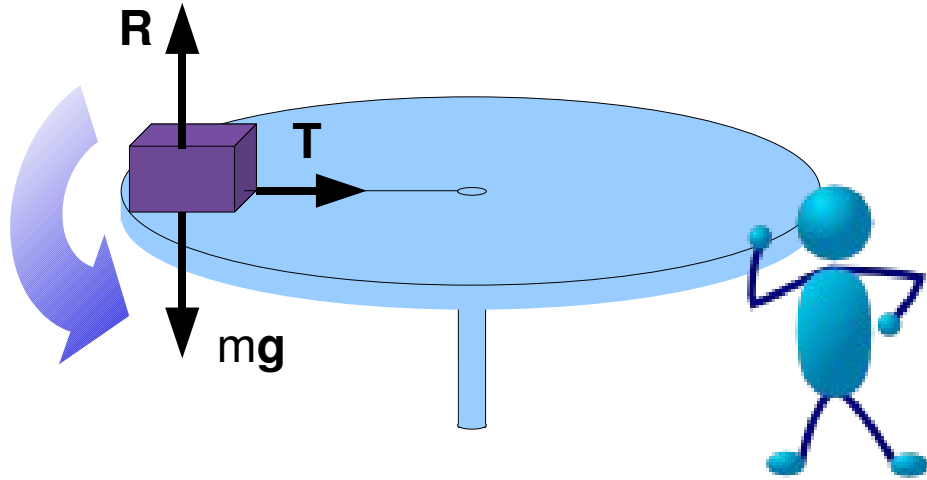
Come vediamo i due sistemi di forze hanno la stessa espressione!



Moto in sistemi di riferimento accelerati

Esempio 2: forze fittizie in un sistema rotante

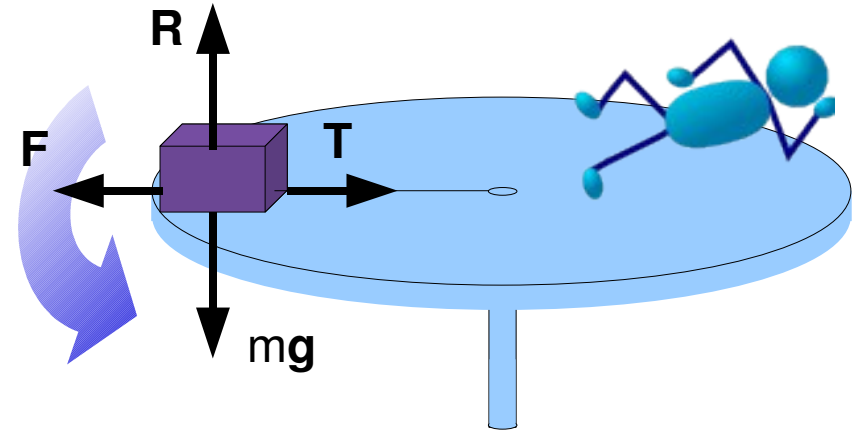
Consideriamo un treno che stia accelerando di accelerazione \mathbf{a} , e che dentro di esso vi sia una sfera appesa.



Osservatore inerziale

Per l'osservatore inerziale, il blocco di figura sulla giostra tenderebbe a muoversi, per inerzia, in direzione tangenziale rispetto al moto circolare, ma la tensione T della fune lo tiene legato al moto della giostra. Rappresentando T la forza centripeta scriveremo l'equazione di Newton:

$$T = m \frac{v^2}{R}$$



Osservatore non inerziale

Un osservatore non inerziale il blocco è in quiete. Volendo applicare la seconda legge di Newton allora deve introdurre una forza fittizia (forza centrifuga) che bilanci la forza di tensione della fune! Questa forza fittizia, diretta verso l'esterno è in modulo mv^2/R . L'equazione di Newton per il sistema è allora:

$$T - m \frac{v^2}{R} = 0$$