INTEGRALI

a cuedo ne devo fare la derivata!!

Si dice che una funzione G, derivabile in $[a,b]$ è una PRIMITIVA di f in $[a,b]$ se

$$G'(x) = f(x) \quad \text{in } [a,b]$$

Esempi

$G(x) = x^2$ è una primitiva di...

$$G'(x) = 2x = f(x) \quad \text{in } \mathbb{R}$$

$G(x) = \sin x$ è una primitiva di

$$G'(x) = \cos x = f(x) \quad \text{in } \mathbb{R}$$

ES: $G(x) = x^2+2$, $G'(x) = 2x = f(x)$!

OSS: ① se $G(x)$ è una primitiva di $f(x)$ lo è anche

$G(x) + c$ con c costante

② se $G_1(x)$ e $G_2(x)$ sono entrambe primitive di $f(x)$, allora

$$G_1'(x) - G_2'(x) = 0 \quad \text{in } [a,b]$$

cioè $(G_1(x) - G_2(x))' = 0$ in $[a,b]$

cioè $G_1(x) - G_2(x) = \text{cost}$

(le due funzioni differiscono per una costante!)

(VICEVERSA..)

$\Rightarrow$ Se si conosce una primitiva $G(x)$ di $f(x)$, allora TUTTE le altre primitive di $f(x)$ sono della forma $G(x)+c$ (con c = costante in $[a,b]$) $c \in \mathbb{R}$

③ Se $f(x)$ presenta discontinuità a salto in un intervallo $[a,b]$ allora può <u>non</u> avere una primitiva

④ Se $f(x)$ è CONTINUA in $[a,b]$ $\Rightarrow$ essa possiede certamente una primitiva!

INTEGRALE INDEFINITO

$\int f(x)\,dx$ prende il nome di INTEGRALE INDEFINITO di $f(x)$.

Esso è equivalente ad indicare TUTTE le primitive di $f(x)$, $G(x)+c$, $c \in \mathbb{R}$ costante.

Quindi,

$$\int f(x)\,dx = G(x)+c$$

INTEGRALI IMMEDIATI

leggendo la tabella delle funzioni elementari "in senso inverso" si ottiene la tabella delle primitive (derivando la primitiva devo ottenere la funzione!)

funzione	primitiva
k	kx
x^{α}	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$
$\frac{1}{x}$	$\log\|x\|$ $(\ln\|x\|)$
$\sin x$	$-\cos x$
$\cos x$	$\sin x$
$\frac{1}{\cos^2 x} = 1+tg^2 x$	$tg x$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-ctg x$
e^x	e^x
a^x	$\frac{a^x}{\ln a}$ $\left(\begin{matrix} a>0 \\ a\neq 1\end{matrix}\right)$

$\left(\begin{matrix} y = a^x \\ y' = a^x \cdot \ln a \end{matrix}\right)$

$\frac{1}{1+x^2}$	$\text{arctg}\, x$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin x$
$\text{Sh}x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\frac{1}{(\cosh x)^2}$	$\text{tgh}\, x$
$\frac{1}{(\sinh x)^2}$	$-\text{ctgh}\, x$

(una delle primitive ... a meno di una costante ...)

INTEGRAZIONE per SCOMPOSIZIONE

$$\int [\alpha f(x) + \beta g(x)]\,dx = \alpha \int f(x) + \beta \int g(x)$$

(dalla linearità della derivata, segue la linearità dell'integrale!)