

### III prova parziale - A

**Esercizio 1 - 4 punti** Si calcoli il seguente integrale definito.

$$\int_0^1 \frac{\ln(x+2)}{(x+1)^2} dx$$

**Esercizio 2 - 4 punti** Calcolare l'area della regione piana limitata compresa tra l'asse delle ascisse e la funzione

$$f(x) = x^2 - 2x, \text{ in } 0 < x < 3$$

**Esercizio 3 - 3 punti** Stabilire se il seguente integrale improprio converge

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-4x^2}}{x} dx$$

**Esercizio 4 - 5 punti** Assegnato il vettore  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$  e la matrice  $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ a^2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & a \end{bmatrix}$ , con  $a \in \mathbb{R}$ ,

- calcolare il vettore  $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$  (1 punto);
- determinare per quale valore del parametro  $a$   $\mathbf{y}$  è perpendicolare a  $\mathbf{x}$  (1 punto);
- determinare per quale valore del parametro  $a$  la matrice  $A$  risulta invertibile (2 punti);
- per  $a = 1$  calcolare  $\det(A^{-1})$  e  $\det(A^3)$  (1 punto).

**Esercizio 5 - 5 punti** Dato il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con  $A = \begin{bmatrix} 2 & -\beta^2 & -6 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ ; e  $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ \beta \end{bmatrix}$ ;

- lo si discuta al variare di  $\beta \in \mathbb{R}$  (2 punti);
- lo si risolva per  $\beta = 1$  (2 punti);
- si discuta  $A\mathbf{x} = 0$  (senza risolverlo) (1 punto).

**Esercizio 6- 3 punti** Stabilire per quale valore del parametro  $k$  i seguenti vettori sono linearmente indipendenti.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -k \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ k^2 \\ 2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 3 \\ k \\ 2 \end{bmatrix};$$

**Domanda 1 - 3 punti** Enunciare e dimostrare il Secondo teorema fondamentale del calcolo integrale.

**Domanda 2 - 3 punti** Definire autovalori e autovettori di una matrice  $A$  di ordine  $n$ .