Tema d'esame

March 17, 2019

Esercizio 1 Si calcoli il seguente integrale definito.

$$\int_3^4 \frac{6x}{x^2+x-2}$$

Esercizio 2 Si determini la lunghezza l della curva individuata dalla seguente funzione, nell'intervallo indicato

$$f(x) = \sqrt{x^3},\ in\ 0 < x < 1$$

Esercizio 3 Stabilire se il seguente integrale improprio converge

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$$

Esercizio 4 Assegnato il vettore $\mathbf{x} = [-1, 1, 0]$ e la matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & -1 & a \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$; con $a \in \mathrm{R}$,

- calcolare il vettore $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$;
- determinare per quale valore del parametro a $\mathbf{y}$ è perpendicolare a $\mathbf{x}$;
- determinare per quale valore del parametro a la matrice A risulta invertibile;
- per $a = 2$ calcolare $\det(A^{-1})$ e $\det(A^2)$.

Esercizio 5 Dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $A = \begin{bmatrix} 2 & a-2 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & a+4 \end{bmatrix}$; e $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ a \\ 5 \end{bmatrix}$;

- lo si discuta al variare di a;

- lo si risolva per a=2;
- si discuta $A\mathbf{x} = 0$ (senza risolverlo).

Esercizio 6 Stabilire per quale valore del parametro k i seguenti vettori sono linearmente indipendenti.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ k \end{bmatrix}; \ \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -k \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \ \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 2k \\ -2 \\ k \end{bmatrix};$$