

Tema d'esame

March 20, 2019

Esercizio 1 Si calcoli il seguente integrale indefinito.

$$\int \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \sin^2 x} dx$$

Esercizio 2 Si determini il volume V del solido di rotazione ottenuto facendo ruotare attorno all'asse delle ascisse la seguente funzione, nell'intervallo indicato:

$$f(x) = \sin x, \text{ in } 0 < x < \pi$$

Esercizio 3 Stabilire per quale valore del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha > 0$ il seguente integrale improprio converge

$$\int_1^{\infty} \frac{(e^{-x} + x - 1)^{1/6}}{x^\alpha \sqrt{1 + x^\alpha}}$$

Esercizio 4 Assegnato il vettore $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e la matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & a \\ a & -1 & 0 \\ a & 0 & 1 \end{bmatrix}$;

con $a \in \mathbb{R}$,

- calcolare il vettore $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$;
- determinare per quale valore del parametro a \mathbf{y} è perpendicolare a \mathbf{x} ;
- determinare per quale valore del parametro a la matrice A risulta invertibile;
- per $a = 3$ calcolare $\det(A^{-1})$ e $\det(A^2)$.

Esercizio 5 Dato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 2 \\ 2 & a-1 & 2a-2 \end{bmatrix}$; e

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} a+1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

- lo si discuta al variare di a ;
- lo si risolva per $a = 1$;
- si discuta $A\mathbf{x} = 0$ (senza risolverlo).

Esercizio 6 Stabilire per quale valore del parametro k i seguenti vettori sono linearmente indipendenti.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} k \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -4 \\ -k \\ k \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix};$$