

# Tema d'esame

March 20, 2019

**Esercizio 1** Si calcoli il seguente integrale indefinito.

$$\int \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \sin^2 x} dx$$

**Esercizio 2** Si determini il volume  $V$  del solido di rotazione ottenuto facendo ruotare attorno all'asse delle ascisse la seguente funzione, nell'intervallo indicato:

$$f(x) = \sin x, \text{ in } 0 < x < \pi$$

**Esercizio 3** Stabilire per quale valore del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha > 0$  il seguente integrale improprio converge

$$\int_1^{\infty} \frac{(e^{-x} + x - 1)^{1/6}}{x^\alpha \sqrt{1 + x^\alpha}}$$

**Esercizio 4** Assegnato il vettore  $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  e la matrice  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & a \\ a & -1 & 0 \\ a & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;

con  $a \in \mathbb{R}$ ,

- calcolare il vettore  $\mathbf{y} = A\mathbf{x}$ ;
- determinare per quale valore del parametro  $a$   $\mathbf{y}$  è perpendicolare a  $\mathbf{x}$ ;
- determinare per quale valore del parametro  $a$  la matrice  $A$  risulta invertibile;
- per  $a = 3$  calcolare  $\det(A^{-1})$  e  $\det(A^2)$ .

**Esercizio 5** Dato il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con  $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 2 \\ 2 & a-1 & 2a-2 \end{bmatrix}$ ; e

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} a+1 \\ 3 \end{bmatrix};$$

- lo si discuta al variare di  $a$ ;
- lo si risolva per  $a = 1$ ;
- si discuta  $A\mathbf{x} = 0$  (senza risolverlo).

**Esercizio 6** Stabilire per quale valore del parametro  $k$  i seguenti vettori sono linearmente indipendenti.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} k \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -4 \\ -k \\ k \end{bmatrix}; \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix};$$