

COMPETIZIONE, MERCATI E POLITICHE ECONOMICHE 2016-2017

Prima esercitazione

Federica Sottrici

- ▶ Concetti base: oligopolio à la Cournot e Bertrand; concentrazione.
- ▶ Estensioni dei concetti base: oligopolio à la Hotelling.
- ▶ Pubblicità.
- ▶ Collusione; fusioni.
- ▶ Innovazione (ricerca e sviluppo).

- ▶ La derivata della funzione ax^n rispetto a x , dove a indica un parametro mentre x indica la variabile, è

$$\frac{\partial(ax^n)}{\partial x} = a \cdot n \cdot x^{n-1}.$$

- ▶ A noi interessano specialmente le funzioni di primo e secondo grado, cioè con $n = 1$ o $n = 2$: $\frac{\partial(ax)}{\partial x} = a$, e $\frac{\partial(ax^2)}{\partial x} = 2ax$.
- ▶ La derivata di un parametro è zero: $\frac{\partial(a)}{\partial x} = 0$.
- ▶ La derivata di una somma di funzioni è pari alla somma delle derivate. Sia $f(x) = 1 + 2x + x^2$, allora $\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 0 + 2 + 2x$.
- ▶ Esempio: se i costi totali di un'impresa sono $8q$, dove q è la quantità che produce, la derivata dei costi totali rispetto a q , detta **costo marginale**, è $\frac{\partial(8q)}{\partial q} = 8$.

Derivate - 2

- ▶ La derivata di una funzione a due variabili $f(x_1, x_2)$ è costituita da un vettore di due elementi contenente le derivate parziali.
- ▶ Si deriva prima la funzione rispetto a x_1 (o si calcola la derivata parziale rispetto a x_1), considerando x_2 come fosse un parametro.
- ▶ Si deriva poi la funzione rispetto a x_2 (o si calcola la derivata parziale rispetto a x_2), nel qual caso x_1 viene considerata come un parametro.
- ▶ Esempio: $f(x_1, x_2) = 30x_1 - x_1^2 - 5x_1 - 10 - x_2x_1$.
- ▶ La derivata parziale rispetto a x_1 è

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 30 - 2x_1 - 5 - 0 - x_2.$$

- ▶ La derivata parziale rispetto a x_2 è

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = -x_1.$$

Concorrenza à la Cournot

- Nel mercato del sale grezzo operano tre imprese: A, B e C. Supponete che, oltre a produrre un prodotto omogeneo, le 3 imprese abbiano funzioni di costo totale **identiche** pari a $TC_i = (q_i) = 10 q_i$
- La funzione di domanda di mercato è $p(Q) = 190 - Q$, dove $Q = q_a + q_b + q_c$
- i) Calcolate quantità, prezzo e profitti di ciascuna impresa e di mercato qualora le imprese **competessero à la Cournot**.
- Per determinare le funzioni di risposta ottima delle imprese, massimizziamo la funzione del profitto di ciascuna impresa rispetto alla quantità. Consideriamo la generica impresa i-esima, la cui funzione del profitto è data da:

$$\Pi_i = p(Q) * q_i - TC_i(q_i)$$

Sostituendo $[190 - (q_A + q_B + q_C)] * q_A - 10 q_A =$

$$180 q_A - q_A^2 - q_A q_B - q_A q_C$$

In Cournot l'impresa A sceglie la quantità q_A che massimizza il suo profitto. Per trovarla calcoliamo la derivata del profitto di A rispetto a q_A e la poniamo uguale a zero:

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial q_A} = 0$$

$$180 - 2q_A - q_B - q_C = 0$$

$$2q_A = 180 - q_B - q_C$$

$$q_A = 90 - \frac{1}{2} q_B - \frac{1}{2} q_C \quad \text{FUNZIONE DI RISPOSTA OTTIMA DI A}$$

così ottenendo la funzione di risposta ottima dell'impresa A, ossia la quantità ottima (= che massimizza il profitto) prodotta dall'impresa A in funzione delle quantità q_B e q_C prodotte dalle rivali.

- Sfruttando la simmetria delle imprese possiamo trovare le funzione di risposta ottima di B e C:

$$q_B = 90 - \frac{1}{2} q_A - \frac{1}{2} q_C$$

$$q_C = 90 - \frac{1}{2} q_B - \frac{1}{2} q_A$$

- Per calcolare quantità e prezzo di equilibrio nel mercato, dovremmo mettere a sistema le tre funzioni di risposta ottima. Un metodo più veloce, tuttavia, è il seguente.
- Dato che le imprese sono simmetriche, ossia hanno la stessa funzione di costo, allora producono la stessa quantità in un equilibrio à la Cournot.

- La quantità di equilibrio di ciascuna impresa sarà dunque data da $q_A = q_B = q_C = q^*$. Sostituendo in una delle 3 funzioni di reazione si ottiene:

$$q^* = 90 - \frac{1}{2} q^* - \frac{1}{2} q^*$$
$$2q^* = 90; q^* = 45$$

- La quantità di equilibrio di mercato sarà dunque:

$$Q^* = q_A + q_B + q_C = 3q^* = 3 * 45 = 135$$

- Il prezzo di equilibrio di mercato si ottiene sostituendo la quantità di equilibrio nella funzione di domanda di mercato:

$$P(Q^*) = 190 - Q^* = 190 - 135 = 55$$

- Mostrate che le imprese, essendo simmetriche, ottengono lo stesso profitto in equilibrio.

- Il profitto di equilibrio della generica impresa $i = A, B, C$ è

$$\Pi_i = p(Q^*) \cdot q_A^* - TC_A(q_A^*) = 55 * 45 - 10 * 45 = 2475 - 450 = 2025$$

ii) Supponete che l'impresa A riesca a ridurre i suoi costi a $TC(q_A) = 6 q_A$. Calcolate quantità e prezzo del nuovo equilibrio di mercato.

- Dato che il profitto dell'impresa A cambia, cambierà anche la sua funzione di risposta ottima:

$$\Pi_A = p(Q) * q_A - Tc_A(q_A) = [190 - (q_A + q_B + q_C)] q_A - 6 q_A$$

- L'impresa A sceglie sempre la quantità q_A che massimizza il suo profitto.
- Per trovarla calcoliamo la derivata di Π_A rispetto a q_A e la poniamo uguale a zero:

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial q_A} = 184 - 2q_A - q_B - q_C = 0$$

- Risolviamo l'equazione sopra rispetto a q_A :

$$q_A = 92 - \frac{1}{2} q_B - \frac{1}{2} q_C$$

così ottenendo la funzione di risposta ottima dell'impresa A.

- Le funzioni di profitto delle altre due imprese non sono cambiate, dunque nemmeno le loro funzioni di risposta ottima.

$$q_B = 90 - \frac{1}{2} q_A - \frac{1}{2} q_C$$

$$q_C = 90 - \frac{1}{2} q_A - \frac{1}{2} q_B$$

- Dal precedente procedimento sappiamo che imprese simmetriche, adesso solo la B e la C, produrranno la stessa quantità in un equilibrio di Cournot: anticipiamo dunque $q_B = q_C$ e lo sostituiamo nella prima equazione:

$$q_A = 92 - \frac{1}{2} q_B - \frac{1}{2} q_C \quad (1)$$

$$q_A = 92 - \frac{1}{2} q_B - \frac{1}{2} q_B$$

- Sostituiamo $q_A = 92 - q_B$ in $q_B = 90 - \frac{1}{2} q_A - \frac{1}{2} q_B$

$$q_B = 90 - \frac{1}{2} (92 - q_B) - \frac{1}{2} q_B$$

e risolviamo rispetto a q_B ottenendo $q_B^* = 44 = q_C^*$

➤ Sostituendo q_B^* in (1) otteniamo $q_A^* = 48$

➤ La quantità di equilibrio di mercato sarà dunque:

$$Q^* = q_A + q_B + q_C = 48 + 44 + 44 = 136$$

➤ Il prezzo di equilibrio di mercato si ottiene sostituendo la quantità di equilibrio nella funzione di domanda di mercato:

$$P(Q^*) = 190 - Q^* = 190 - 136 = 54$$

Notate che questo prezzo è minore del precedente, dato che $c_1 < c$.

➤ Il profitto di equilibrio dell'impresa A è:

$$\Pi_A = p(Q) * q_A - Tc_A(q_A) = 54 * 48 - 6 * 48 = 2304$$

➤ Il profitto di equilibrio delle imprese B e C è uguale e pari a:

$$\Pi_B = p(Q) * q_B - Tc_B(q_B) = 54 * 44 - 10 * 44 = 1236$$

che è minore di Π_A

Esercizio 5.7 p. 74

- ▶ Due imprese $i = 1, 2$ producono software nella stessa regione.
- ▶ Le imprese competono scegliendo simultaneamente e non cooperativamente il **prezzo** di un bene omogeneo con l'intento di massimizzare il proprio profitto (**concorrenza à la Bertrand**).
- ▶ I software sono dunque percepiti come omogenei (o perfetti sostituti) dai consumatori. Ciò significa che l'unica caratteristica che li distingue agli occhi del consumatore è il prezzo: l'impresa che fissa il prezzo minore serve l'intera domanda (nell'ipotesi che abbia capacità produttiva illimitata); se i prezzi sono uguali la domanda si ipotizza divisa a metà fra le imprese.
- ▶ La curva di domanda del bene è $Q(p) = 30 - \frac{p}{2}$.
- ▶ La curva di domanda per l'impresa i è dunque

$$q_i(p_i, p_j) = \begin{cases} 30 - \frac{p_i}{2} & p_i < p_j \\ 0 & \text{per } p_i > p_j \\ \frac{30 - \frac{p_i}{2}}{2} & p_i = p_j \end{cases}$$

- ▶ Le imprese sono simmetriche, ossia entrambe hanno funzione di costo totali pari a $TC_i(q_i) = 20q_i$. Il costo marginale $MC_i(q_i)$ è pari alla derivata $\partial TC_i(q_i) / \partial q_i = 20$.

i) *Rappresentate graficamente le funzioni di risposta ottima delle due imprese.*

- ▶ La funzione di risposta ottima dell'impresa $i = 1, 2$ è, nel caso di concorrenza à la Bertrand, il prezzo p_i^* che massimizza il profitto dell'impresa i in funzione del prezzo fissato dall'impresa $j = 2, 1$.
- ▶ Il profitto dell'impresa i è la differenza fra i ricavi e i costi totali:

$$\pi_i(p_i, p_j) = q_i(p_i, p_j)(p_i - 20).$$

- ▶ Analiticamente la funzione di risposta ottima dell'impresa i è

$$p_i^* = \arg \max_{p_i} \pi_i(p_i, p_j).$$

- ▶ Per risolvere il problema non possiamo calcolare la derivata e metterla uguale a zero, perché $q_i(p_i, p_j)$ non è una funzione continua.
- ▶ Ragioniamo invece così: se l'impresa j fissa $p_j \leq 20$, dove 20 è il costo marginale di entrambe le imprese, l'impresa i non può fissare un prezzo minore di p_j altrimenti farebbe profitti negativi; fissa dunque $p_i^* = 20$ e realizza profitti nulli perché non ha domanda (anche $p_i^* > 20$ è una risposta ottima).
- ▶ Se l'impresa j fissa $p_j > 20$ allora l'impresa i , fissando $p_i^* = p_j - \varepsilon$ con ε molto piccolo, ottiene l'intera domanda di mercato al prezzo più alto possibile.

- In questo caso diventa monopolista ed il prezzo massimo che è disposta a fissare è quello, indicato con p_M , che massimizza il profitto di monopolio:

$$\text{Profitto} = q^*(p-c) = \left(30 - \frac{p}{2}\right) (p - 20) = 30p - 600 - \frac{p^2}{2} + 10p$$

derivata prima profitti=0
30-p+10=0 **P_{monopolio}=40**

- La funzione di risposta ottima dell'impresa i è dunque

$$p_i^* = \begin{cases} 20 \text{ (= costo marginale)} & p_j \leq 20 \\ p_j - \varepsilon & \text{per } 20 < p_j \leq 40 \\ 40 \text{ (= prezzo di monopolio)} & p_j > 40 \end{cases}$$

dove 20 è il costo marginale dell'impresa i , MC_i .

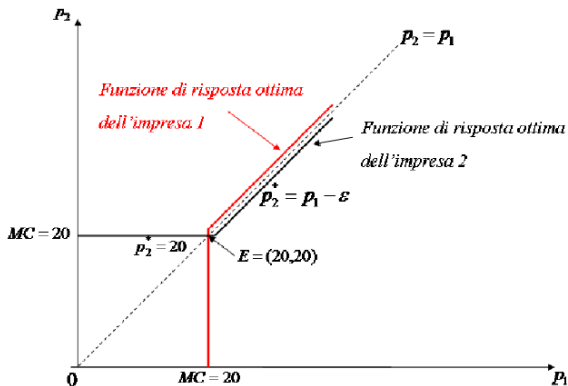
ii) Calcolate la quantità prodotta da ciascuna impresa, la quantità totale ed il prezzo di equilibrio del mercato.

- Il prezzo di equilibrio è dato dall'intersezione tra le funzioni di risposta ottima delle imprese 1 e 2 nel piano (p_1, p_2) , ossia il punto E dove

$$p_1^* = p_2^* = 20.$$

- Sostituendo tali valori nella funzione di domanda di ciascuna impresa che, dato $p_1^* = p_2^*$, è $q_i(p_i, p_j) = \frac{30 - p_i}{2}$, si ottiene la quantità prodotta da ciascuna impresa: $q_1^* = q_2^* = \frac{30 - 20}{2} = 10$.

- Rappresentazione grafica delle funzioni di reazione, nel piano (p_1, p_2) :



- (Continua da pag. prec.) Sommando $q_1^* + q_2^*$ si ottiene la quantità totale: $Q^* = 20$.

(iii) Cosa s'intende per "paradosso di Bertrand"?

- ▶ Il paradosso di Bertrand consiste in quanto segue: le imprese fissano il prezzo pari al costo marginale, $p_1^* = p_2^* = 20$, come in concorrenza perfetta! Bastano due sole imprese per ottenere l'equilibrio concorrenziale, dove le imprese hanno profitti nulli (dati i costi marginali costanti).
- ▶ Infatti, sostituendo $p_1^* = p_2^* = 20$ nel profitto dell'impresa i

$$\pi_i(p_i, p_j) = q_i(p_i, p_j)(p_i - 20)$$

otteniamo

$$\pi_i^*(p_i^*, p_j^*) = \frac{30 - \frac{20}{2}}{2} (20 - 20) = 0.$$

- ▶ I prezzi sono pari al costo marginale, perché ciascuna impresa ha incentivo a ridurre il prezzo per prendersi l'intera domanda di mercato.

(iv) Quali sono le cause del paradosso?

- ▶ Sono le tre ipotesi alla base del modello di concorrenza à la Bertrand : 1) beni omogenei 2) interazione non ripetuta tra le imprese (gioco one-shot) 3) capacità produttiva illimitata di ciascuna impresa 4) imprese simmetriche.

- ▶ Supponiamo ora che l'ipotesi 4) non valga, ossia ipotizziamo che l'impresa 1 abbia la seguente funzione di costo totale:

$$TC_1(q_1) = 8q_1.$$

v) *Calcolare i nuovi valori della quantità prodotta da ciascuna impresa, quantità totale e prezzo di equilibrio nel mercato.*

- ▶ L'impresa 1 ha ora costi minori quindi può abbassare il prezzo in modo da espellere la rivale dal mercato ed operare come monopolista. La miglior strategia dell'impresa 1 è fissare $p_1^* = 20 - \varepsilon$, con ε molto piccolo. In tal caso infatti l'impresa 2 per avere domanda positiva dovrebbe fissare $p_2 \leq p_1^*$, ossia $p_2 < 20$, incorrendo però in profitti negativi:

$$\pi_2(p_2, p_1^*) = q_2(p_2, p_1^*)(p_2 - 20) < 0.$$

- ▶ Dunque, con $p_1^* = 20 - \varepsilon$ l'impresa 2 preferisce non produrre.
- ▶ L'impresa 1 può soddisfare l'intera domanda di mercato (sempre nell'ipotesi di capacità produttiva illimitata):

$$q_1(p_1, p_2) = 30 - \frac{p_1^*}{2}.$$

- ▶ Si ha quindi $q_1^* = 30 - \frac{20-\varepsilon}{2} \sim 20$
- ▶ Siamo certi che l'impresa 1 non abbia convenienza a fissare un prezzo diverso da $p_1^* = 20 - \varepsilon$?
- ▶ Con $p_1^* = 20 - \varepsilon$ i profitti dell'impresa 1 sono pari a

$$\pi_1(p_1^*) = q_1^*(p_1^* - 8) = 20(20 - \varepsilon - 8) \sim 240.$$

- ▶ Ogni prezzo minore di p_1^* ridurrebbe il profitto dell'impresa 1, infatti se calcoliamo la derivata rispetto a p_1 di

$$\pi_1(p_1) = q_1(p_1 - 8) = \left(30 - \frac{p_1}{2}\right)(p_1 - 8)$$

otteniamo $34 - p_1$. Questo valore è positivo per $p_1 < 20 - \varepsilon$, l'intervallo che stiamo considerando. Ciò significa che se $p_1 \downarrow$ pure $\pi_1(p_1) \downarrow$.

- ▶ Ogni prezzo maggiore di 20 innescherebbe la concorrenza à la Bertrand con l'impresa 2, quindi, come visto prima, ci sarebbero profitti nulli per entrambe le imprese.
- ▶ Possiamo concludere che $p_1^* = 20 - \varepsilon$ è il prezzo di equilibrio perché l'impresa 1 non ha convenienza a fissarne uno diverso.

Esercizio 7.1 p. 103

- ▶ La seguente tabella contiene i dati sul fatturato di imprese appartenenti a tre settori diversi:

	Settore A	Settore B	Settore C
Impresa 1	$f_1 = 300$	$f_1 = 400$	$f_1 = 800$
Impresa 2	$f_2 = 300$	$f_2 = 350$	$f_2 = 200$
Impresa 3	$f_3 = 300$	$f_3 = 300$	$f_3 = 200$
Impresa 4	$f_4 = 300$	$f_4 = 250$	$f_4 = 80$
Impresa 5	$f_5 = 300$	$f_5 = 50$	$f_5 = 70$
Altre imprese	0	150	150

(i) *Definite e commentate gli indici di concentrazione C_4 e di Herfindhal-Hirschmann (HH).*

- ▶ La concentrazione di un settore consta di due aspetti: numero di imprese e loro dimensione relativa.
- ▶ Per definire i due indici dobbiamo introdurre il concetto di quota di mercato dell'impresa i , ossia il rapporto tra quanto fatturato da i e quanto fatturato dall'intero mercato:

$$s_i = \frac{f_i}{\sum_i^n f_i}, \quad (2)$$

- ▶ dove n è il numero totale di imprese nel settore.
- ▶ L'indice C_4 è dato dalla somma delle quote di mercato delle *quattro* imprese più grandi. Una volta nominate le imprese 1, 2, 3, 4 ed ordinatele in modo decrescente si può scrivere:

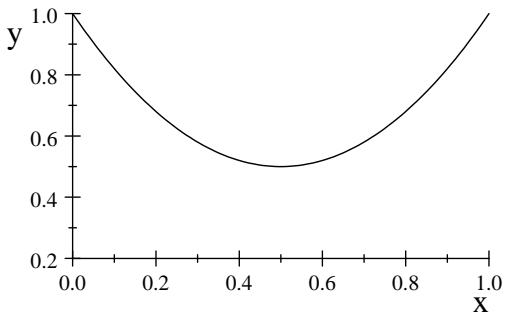
$$C_4 = \sum_{i=1}^4 s_i = s_1 + s_2 + s_3 + s_4.$$

- ▶ L'indice HH è dato dalla somma del quadrato delle quote di mercato di *tutte* le imprese del settore:

$$HH = \sum_{i=1}^n s_i^2.$$

- ▶ HH è più sensibile e completo di C_4 ma richiede una conoscenza di tutte le imprese del settore.
- ▶ Perché più sensibile? Si pensi a due settori con due imprese ciascuno. Nel primo le quote di mercato sono 0.6 e 0.4. Nel secondo 0.5 per ogni impresa.
- ▶ L'indice C_4 è pari a 1 in ambo i settori, dunque secondo C_4 i due settori sono ugualmente concentrati.

- ▶ Invece $HH = (0.6)^2 + (0.4)^2 = 0.52$ nel primo settore e $HH = 2 \cdot (0.5)^2 = 0.5$. Secondo HH dunque il primo settore è più concentrato. L'informazione in HH è dunque più precisa che in C_4 perché HH dà conto della dimensione relativa delle imprese, ossia dell'asimmetria nella distribuzione per dimensione delle 2 imprese. Ciò è rilevante perché imprese con ampia quota di mercato hanno la possibilità, ad esempio, di influenzare il prezzo.
- ▶ Se indichiamo con x e $1 - x$ le quote di mercato di due imprese in un duopolio, l'indice HH si disegna come



(ii) Tornate alla tabella e calcolate l'indice C_4 nei tre settori.

- ▶ A tale scopo, calcoliamo dapprima la quota di mercato di ciascuna impresa.
- ▶ Notate che $\sum_i^n f_i = 5 \cdot 300 = 1500$ nel settore A,
 $\sum_i^n f_i = 400 + 350 + 300 + 250 + 50 + 150 = 1500$ nel settore B e
 $\sum_i^n f_i = 800 + 200 + 200 + 80 + 70 + 150 = 1500$ nel settore C.

Tenendo conto della (2), possiamo scrivere la tabella delle quote di mercato:

	Settore A	Settore B	Settore C
Impresa 1	$s_1 = 0.2$	$s_1 = 0.27$	$s_1 = 0.53$
Impresa 2	$s_2 = 0.2$	$s_2 = 0.23$	$s_2 = 0.13$
Impresa 3	$s_3 = 0.2$	$s_3 = 0.2$	$s_3 = 0.13$
Impresa 4	$s_4 = 0.2$	$s_4 = 0.17$	$s_4 = 0.06$
Impresa 5	$s_5 = 0.2$	$s_5 = 0.03$	$s_5 = 0.05$
Altre imprese	0	0.1	0.1

- ▶ Nel settore A dunque: $C_4 = 4 \cdot 0.2 = 0.8$
- ▶ Nel settore B: $C_4 = 0.27 + 0.23 + 0.2 + 0.17 = 0.87$

- ▶ Nel settore C c'è un problema. Il settore altre imprese (di cui non abbiamo informazioni se non in aggregato) ha una quota di mercato superiore a quella della quarta impresa più grande in termini di produzione: $0.1 > 0.06$.
- ▶ Due possibili scenari si possono realizzare: (a) nel settore "altre imprese" ce ne è una con $0.06 < s_o < 0.1$, (b) oppure la più grande ha meno di 0.06.
- ▶ (a) Nel primo caso questa impresa è la quarta più grande, dunque

$$\begin{aligned}C_4 &= 0.53 + 0.13 + 0.13 + s_o \\ &= 0.79 + s_o = (0.85, 0.89)\end{aligned}$$

- ▶ (b) Nel secondo caso l'impresa 4 è la quarta più grande, dunque

$$C_4 = 0.53 + 0.13 + 0.13 + 0.06 = 0.85.$$

- ▶ In conclusione $0.85 \leq C_4 < 0.89$ nel Settore C.
- ▶ Secondo l'indice C_4 dunque il Settore A è il meno concentrato, mentre tra B e C non è possibile stabilire un ordine in assenza di dati più precisi sulla categoria "altre imprese".

(iii) Calcolate l'indice HH nei tre settori.

- ▶ Nel settore A:

$$HH = 5 \cdot (0.2)^2 = 0.2.$$

- ▶ Per i settori B e C l'informazione è lacunosa. Dobbiamo dunque fare ipotesi estreme circa la struttura della categoria "altre imprese" per stabilire l'intervallo di valori possibili che HH può assumere: (a) di tale categoria fa parte una sola impresa con quota di mercato 0.1; (b) fanno parte tante imprese, ciascuna con quota di mercato trascurabile.
- ▶ (a) Nel primo caso si ha

$$HH = (0.27)^2 + (0.23)^2 + (0.2)^2 + (0.17)^2 + (0.03)^2 \\ + (0.1)^2 = 0.21$$

per il settore B e

$$HH = (0.53)^2 + (0.13)^2 + (0.13)^2 + (0.06)^2 + (0.05)^2 \\ + (0.1)^2 = 0.33$$

per il settore C.

- ▶ (b) Nel secondo caso si ha

$$HH = (0.27)^2 + (0.23)^2 + (0.2)^2 + (0.17)^2 \\ + (0.03)^2 + 0^2 = 0.2$$

per il settore B e

$$HH = (0.53)^2 + (0.13)^2 + (0.13)^2 + \\ (0.06)^2 + (0.05)^2 = 0.32$$

per il settore C.

- ▶ Riassumendo: nel settore B, l'indice HH sta tra 0.2 e 0.21.
- ▶ Nel settore C, l'indice HH sta tra 0.32 e 0.33.
- ▶ Possiamo dunque concludere che il settore C è il più concentrato, mentre il settore A è "quasi sempre" meno concentrato di B.
- ▶ Solo HH definisce inequivocabilmente il settore C come più concentrato, perché è in grado di catturare l'esistenza di un'impresa, la 1, molto grande; questa ha una quota di mercato superiore al 50% ed ha probabilmente influenza sul mercato in termini, ad esempio, di scelta del prezzo.